

令和5年度 入学者選抜試験問題

数 学

実施日時：令和5年1月19日（木） 11：30～12：20

*下記の〈注意事項〉をよく読み、監督者の指示を待ちなさい。

〈注意事項〉

— 開始前 —

1. 監督者の〈開始〉の指示があるまで、この問題冊子の中を開けない。
2. 解答用紙には、解答欄のほかに下記2つの記入欄がある。その説明と解答用紙の「注意事項」を読み、2項目の全てに記入またはマークする。
 - ・ 受験番号欄 上段に受験番号を記入し、下欄にマークする。
 - ・ 氏名欄 氏名・フリガナを記入する。
3. 解答用紙に汚れがある場合には、挙手で監督者に知らせる。
4. この表紙の受験番号欄に受験番号を記入する。

— 開始後 —

1. 問題は2ページから6ページまでの偶数ページに印刷されており、第1問～第3問の3題で構成されている。
開始後確認してページの落丁、乱丁、印刷不鮮明等がある場合は、挙手で監督者に知らせる。
2. 解答は全て解答用紙の所定の欄へのマークによって行う。たとえば、

ア

と表示のある問いに対して2と解答する場合は、次の〈例〉のように解答記号アの解答欄②をマークする。裏表紙にも解答上の注意が記載されているので、確認すること。

〈例〉

1	解 答 欄											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	-	±
ア	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	⊖	⊕

3. マークする際はHBの鉛筆でマーク欄を適切にマークすること。
4. 質問等がある場合は、挙手で監督者に知らせる。
5. 試験開始後の途中退室はできない。

受験番号				

(問題は次のページから始まる)

第1問 (配点 32 点)

(1) 次の式を因数分解せよ。 (配点 8 点)

(i) $3x^2 - 2xy - 16y^2 = (\text{ア}x - \text{イ}y)(x + \text{ウ}y)$

(ii) $x^4 + 64 = (x^2 - \text{エ}x + \text{オ}) (x^2 + \text{エ}x + \text{オ})$

(2) $\alpha + \beta = \sqrt{6}$, $\alpha - \beta = \sqrt{2}$ であるとき、次の式の値を求めよ。 (配点 8 点)

(i) $\alpha\beta = \text{カ}$

(ii) $|\alpha(1 - \beta)| + |\beta(1 - \alpha)| = \sqrt{\text{キ}}$

(3) $n(X)$ は集合 X の要素の個数を表す。空集合でない2つの集合 A , B について、
 $n(A \cup B) = 30$, $n(A \cap B) = 10$, $n(A) > n(B)$ であるとき、 $n(A)$ のとり得る値の範

囲は $\text{クケ} \leq n(A) \leq \text{コサ}$ である。 (配点 4 点)

(4) 次の問いに答えよ。 (配点 12 点)

(i) k は正の整数とする。 x についての2次方程式 $kx^2 + 2(k+1)x + 2k = 0$ が実数解をもつとき、 $k = \text{シ}$ または $k = \text{ス}$ である。

ただし、 $\text{シ} < \text{ス}$ とする。

(ii) 不等式 $|x+1| - 2|x-1| + 2 > 0$ の解は、 $-\frac{\text{セ}}{\text{ソ}} < x < \text{タ}$ である。

(iii) $0^\circ \leq \theta \leq 180^\circ$ において、 θ が方程式 $3\sin^2\theta + 5\cos\theta = 1$ を満たすとき、

$\sin\theta = \frac{\text{チ}\sqrt{\text{ツ}}}{\text{テ}}$ である。

(計 算 用 紙)

第2問 (配点 34 点)

a は実数とする。 x の 2 次関数 $y = x^2 + 4x + a$ のグラフを F とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) $a = -1$ のとき、 F の頂点の座標は $(\boxed{\text{アイ}}, \boxed{\text{ウエ}})$ である。このとき、 F は

x 軸と異なる 2 点で交わり、その 2 点間の距離は $\boxed{\text{オ}}\sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ である。

(配点 7 点)

(2) p は実数とする。 F を x 軸方向に p 、 y 軸方向に p だけ平行移動したグラフを G とする。

(i) G の方程式が $y = x^2 + x - 1$ となるとき、 $p = \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}$ 、 $a = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(ii) G が原点を通るとき、 a を p の式で表すと、 $a = -p^2 + \boxed{\text{サ}}p$ である。

p の値を実数全体で変化させるとき、 a の最大値は $\frac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(配点 12 点)

(3) k は実数とする。 $k \leq x \leq k+1$ における F の y 座標の最小値を m とする。

$k < \boxed{\text{セソ}}$ 、 $\boxed{\text{セソ}} \leq k \leq \boxed{\text{タチ}}$ 、 $\boxed{\text{タチ}} < k$ のそれぞれの場合において、

m は、

$$k < \boxed{\text{セソ}} \text{ のとき} \quad m = k^2 + \boxed{\text{ツ}}k + \boxed{\text{テ}} + a$$

$$\boxed{\text{セソ}} \leq k \leq \boxed{\text{タチ}} \text{ のとき} \quad m = \boxed{\text{トナ}} + a$$

$$\boxed{\text{タチ}} < k \text{ のとき} \quad m = k^2 + \boxed{\text{ニ}}k + a$$

である。

(配点 15 点)

(計 算 用 紙)

第3問 (配点 34 点)

四角形 ABCD は、辺の長さが $AB=5$, $BC=3\sqrt{5}$, $DA=2\sqrt{5}$ であり、対角線の長さが $AC=10$, $BD=5$ である。対角線 AC, BD の交点を E とし、 $\angle EAB=\alpha$, $\angle EBA=\beta$ とする。このとき、次の問いに答えよ。

(1) 三角形 ABC と三角形 ABD に注目すると、

$$\cos\alpha = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}} \dots\dots\text{①}$$

$$\cos\beta = \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}} \dots\dots\text{②}$$

である。

$$\text{①より, } \cos(90^\circ - \alpha) = \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}} \dots\dots\text{③}$$

②と③を比較すると $\alpha + \beta$ の値がわかり、 $\angle AEB = \boxed{\text{キク}}^\circ$ である。

よって、 $AE = \boxed{\text{ケ}}$, $CD = \boxed{\text{コ}}\sqrt{\boxed{\text{サシ}}}$ である。 (配点 18 点)

(2) 三角形 ABD の外接円の中心を O, 三角形 ABD の外接円と直線 AC との交点のうち、

点 A と異なる点を F とすると、 $OA = \frac{\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$, $EF = \frac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ であり、

四角形 ABFD の面積は $\frac{\boxed{\text{ツテ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。

また、4 つの中心角 $\angle AOB$, $\angle BOF$, $\angle FOD$, $\angle DOA$ のうち、角度が最も小さいも

のを θ とおくと、 $\sin\theta = \frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である。 (配点 16 点)

(問題はここで終わり)

(計 算 用 紙)

解答上の注意

解答はすべて解答用紙の所定の欄にマークしなさい。

問題の文中の **ア** , **イウ** などには, 特に指示がない限り, 符号(−, ±), 数字(0~9), のいずれかが入る。**ア**, **イ**, **ウ**, …の一つ一つが, これらのいずれか一つに対応する。それらを解答用紙の**ア**, **イ**, **ウ**, …で示された解答欄にマークして答えなさい。

分数形で解答する場合, それ以上約分できない形で答えなさい。

根号を含む形で解答する場合, 根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えなさい。

例1 **ア** に8, **イウ** に−3, **エオ** に12と答えたいとき

1	解 答 欄												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	−	±	
ア	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	●	⑨	⑩	−	±	
イ	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	●	±	
ウ	①	②	●	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	−	±	
エ	●	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	−	±	
オ	①	●	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	−	±	

例2

カキ
ク

 に $-\frac{5}{4}$ と答えたいときは, $\frac{-5}{4}$ として答えなさい。

1	解 答 欄												
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0	−	±	
カ	①	②	③	④	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	●	±	
キ	①	②	③	④	●	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	−	±	
ク	①	②	③	●	⑤	⑥	⑦	⑧	⑨	⑩	−	±	

数学B【解答】

受験校	受験番号	フリガナ
		氏名

/ 100

第1問 (配点32点)

(1)	(i)			(ii)	
	ア	イ	ウ	エ	オ
解答	3	8	2	4	8
配点	4			4	

(2)	(i)	(ii)
	カ	キ
解答	1	2
配点	4	4

(3)	クケ	コサ
	解答	21 30
配点	4	

(4)	(i)		(ii)			(iii)		
	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ
解答	1	2	1	3	5	2	2	3
配点	4		4			4		

第2問 (配点34点)

(1)	アイ	ウエ	オ	カ
	解答	-2	-5	2
配点	3		4	

(2)	(i)				(ii)		
	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス
解答	3	2	5	4	3	9	4
配点	3		3		3	3	

(3)	セソ	タチ	ツ	テ	トナ	ニ
	解答	-3	-2	6	5	-4
配点	3	3	3		3	3

第3問 (配点34点)

(1)	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キク	ケ	コ	サシ
	解答	4	5	3	5	3	5	90	4	2
配点	3		3		3		3	3	3	

(2)	ス	セ	ソ	タ	チ	ツテ	ト	ナ	ニ
	解答	5	5	4	3	2	55	4	4
配点	4		4		4		4		